

Старт-лига. 2 тур.

1. В параде участвовали менее 2014 солдат. Из них ровно $1/99$ от общего числа награждена медалями. Всех солдат построили прямоугольником: каждый стоит на пересечении колонны и шеренги. Оказалось, что колонны, где есть награжденные, составляют не менее 44% от общего числа шеренг; такое же неравенство верно и для колонн. Сколько всего солдат?
2. На сторонах AD , AB и BC прямоугольника $ABCD$ выбраны точки X , Y и Z соответственно. Докажите, что если $AX=CZ$, то $XY + YZ \geq AC$.
3. По кругу стоят 100 коробок, в одной лежит 777 камней, остальные – пустые. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход можно переложить один или несколько камней (но не все) из коробки в соседнюю пустую. Кто не может сделать хода – проиграл. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?
4. Три велосипедиста могут двигаться по сторонам треугольника ABC со следующими скоростями:

	AB	BC	CA
1-ый	12 км/ч	10 км/ч	15 км/ч
2-ой	15 км/ч	15 км/ч	10 км/ч
3-ий	10 км/ч	20 км/ч	12 км/ч

Известно, что они одновременно стартовали из пункта A , проехали по маршруту $A-B-C-A$ и одновременно же финишировали в A . Докажите, что треугольник ABC – прямоугольный.

5. Имеется 100 карточек с надписями «Слева от меня – как минимум 2 ложных утверждения», «Слева от меня – как минимум 4 ложных утверждения», ..., «Слева от меня – как минимум 200 ложных утверждений». Петя разложил карточки в ряд слева направо в каком-то порядке. Какое наибольшее число утверждений могло оказаться истинными?
6. Можно ли клетчатый прямоугольник 33×33 разрезать по границам клеток на прямоугольники периметра 22?
7. Обозначим через $S(n)$ сумму цифр числа n . Существует ли такое натуральное число n , что $S(n) \cdot S(n+1) = 465$?
8. Несколько хамелеонов двух цветов – красного и синего – выстроились в круг. По свистку хамелеон, у которого оба соседа такого же как он цвета, меняет свой цвет на противоположный (если таких хамелеонов несколько, все они меняют цвет одновременно). Прозвучало 5 свистков. Могло ли случиться так, что каждый раз меняло цвет ровно вдвое меньше хамелеонов, чем по предыдущему свистку?