

Старт-лига. 1 тур.

1. Из палок длиной 1 собран каркас тетраэдра. Баба Яга сажает на каркас 7 пауков. Из расстояний между парами пауков (измеряемых кратчайшим путём по ребрам тетраэдра) Кашей выбирает наименьшее расстояние R и платит Яге R кг золота. Какое наибольшее количество золота может себе обеспечить Яга?
2. На экране компьютера – натуральное число. Каждую секунду Петя умножает его на 9, а затем стирает одну из цифр (но не первую). Докажите, что рано или поздно либо появится однозначное число, либо какое-то из чисел появится на экране не в первый раз.
3. На плоскости даны 3 неперекрывающихся квадрата $ABCD$, $AEFG$ и $BFHK$, где вершина G лежит на стороне AB . Докажите, что точка G – середина отрезка DH .
4. Двое юношей и несколько девушек на трёхместной лодке переправились с левого берега реки на правый. Каждый юноша хотя бы раз пересёк реку с каждой девушкой (при этом в лодке могло быть и трое). Могло ли число рейсов с левого берега на правый быть меньше числа девушек?
5. Ненулевые числа x , y , z таковы, что $x+2y+4z=0$. Чему может быть равно выражение $x^2/8yz + y^2/xz + 8z^2/xy$?
6. Артур разделил некоторое число на 333 и обнаружил, что сумма неполного частного и остатка равна 300. Тимур разделил то же самое число на 777 и тоже обнаружил, что сумма неполного частного и остатка равна 300. Найдите исходное число.
7. Каждому из трех математиков написали на лбу натуральное число, причем квадрат одного из этих чисел равен произведению двух других, и сообщили им об этом. Математик не видит, что написано у него на лбу, но видит, что написано у других. Первый сказал, что не может догадаться, какое число написано у него на лбу. После этого то же самое сказал второй математик, а затем и третий. Тогда первый сказал: «Я знаю, что у меня на лбу написано число 2000». Какое еще число наверняка написано на чьем-нибудь лбу?
8. Рассмотрим всевозможные графики функций вида $y=kx+b$, где k и b – двузначные числа. Какое наибольшее число таких графиков может пересекаться в одной точке, не лежащей на осях координат?