1 (мл). На стороне BC треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая отрезок AB в точке D. Найдите отношение площадей треугольников ABC и BCD, если известно, что $AC=15$, $BC=20$ и $\angle ABC = \angle ACD$.

2 (мл). На какую наибольшую степень двойки делится произведение $1007 \cdot 1008 \cdot 1009 \cdot \ldots \cdot 2011 \cdot 2012$?

3 (мл). На поле *e*1 шахматной доски стоит шашка. Сколько существует различных маршрутов, по которым она сможет пройти в дамки? *Каждым своим ходом шашка сдвигается на одну клетку вверх по диагонали либо вправо, либо влево*.

4 (мл). Сколько существует четырёхзначных чисел, в каждом из которых все цифры различны и каждое из которых делится на 2, 5, 9 и 11?

5 (мл). Два мудреца играют в следующую игру. Выписаны числа 0, 1, 2,..., 1024. Первый мудрец зачёркивает 512 чисел (по своему выбору), второй зачёркивает 256 из оставшихся, затем снова первый зачёркивает 128 чисел и т.д. На десятом шаге второй мудрец зачёркивает одно число; остаются два числа. После этого второй мудрец платит первому разницу между этими числами. Сколько уплатит второй мудрец первому, если оба будут играть наилучшим образом?

6 (мл). Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.

7 (мл). В клетках квадрата 3×3 расставьте 9 цифр (необязательно различных) так, что окажутся точными квадратами все 7 трёхзначных чисел, получаемых в строках (при прочтении слева направо), в столбцах (сверху вниз) и главной диагонали (слева сверху – вправо вниз).

8 (мл). Кузнечик прыгает на плоскости, при этом каждый его новый прыжок по длине отличается от предыдущих прыжков, и после каждого прыжка он обязательно поворачивает на 90° в какую-нибудь сторону. За какое наименьшее количество прыжков кузнечик может вернуться в начальную точку? Приведите ответ и пример.

9 (мл). Произведение всех натуральных делителей натурального числа N равно N^{100}. Сколько этих делителей у числа N?

10 (мл). При каких a уравнение $||x+1|-|x+2||=a$ имеет решение?

11 (мл). Сколько существует различных треугольников с целочисленными сторонами, в которых одна из биссектрис делит противоположную сторону на отрезки длиной 2012 и 2011?

12 (мл). Назовём натуральное число *би-простым*, если оно является произведением двух различных простых чисел. Каково наибольшее количество последовательных чисел, все из которых – би-простые? Приведите ответ и пример.

13 (мл). На доске $30\times n$ расставлено несколько ладей таким образом, что каждая ладья бьёт ровно одну ладью. При этом в каждой вертикали и в каждой горизонтали стоит хотя бы одна ладья. При каких n такое возможно?

14 (мл). В треугольнике ABC медиана BM равна половине стороны AB. Какие значения может принимать $\angle ABC$?

15 (мл). На плоскости отмечено 100 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой. Некоторые пары точек соединены отрезками. Известно, что никакая тройка отрезков не образует треугольника. Какое наибольшее число отрезков могло быть проведено?

16 (мл). Какую площадь может иметь выпуклый пятиугольник, все вершины которого расположены в узлах целочисленной решётки?