1 (ст). На стороне BC треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая отрезок AB в точке D. Найдите отношение площадей треугольников ABC и BCD, если известно, что $AC=15$, $BC=20$ и $\angle ABC = \angle ACD$.

2 (ст). На какую наибольшую степень двойки делится произведение $1007\cdot 1008\cdot 1009\cdot\ldots\cdot 2011\cdot 2012$?

3 (ст). На поле $e1$ шахматной доски стоит шашка. Сколько существует различных маршрутов, по которым она сможет пройти в дамки? *Каждым своим ходом шашка сдвигается на одну клетку вверх по диагонали либо вправо, либо влево*.

4 (ст). Дана окружность *(O; R)* и точка K внутри неё. Произвольная окружность, равная данной и проходящая через точку K, имеет с данной окружностью общую хорду. Найдите геометрическое место середин этих хорд (ГМТ).

5 (ст). Два мудреца играют в следующую игру. Выписаны числа 0, 1, 2,..., 1024. Первый мудрец зачёркивает 512 чисел (по своему выбору), второй зачёркивает 256 из оставшихся, затем снова первый зачёркивает 128 чисел и т.д. На десятом шаге второй мудрец зачёркивает одно число; остаются два числа. После этого второй мудрец платит первому разницу между этими числами. Сколько уплатит второй мудрец первому, если оба будут играть наилучшим образом?

6 (ст). Найдите наибольшее натуральное число из различных ненулевых цифр, в котором для любого натурального n, не превышающего количества цифр, сумма первых n цифр будет делиться на n.

7 (ст). Рассматриваются все представления числа 100 в виде суммы 10 целых неотрицательных чисел $x_1+x_2+\ldots+x_{10}$ (порядок слагаемых важен). Чему равна сумма всех чисел вида $\dfrac{1}{x_1!\cdot x_2!\cdot\ldots\cdot x_{10}!}$, получаемых из соответствующих разложений числа 100?

8 (ст). В прямоугольном ΔABC продолжение медианы CM пересекает биссектрису внешнего угла при вершине A в точке P. Известно, что медиана AN параллельна PB. Найдите стороны треугольника, если $AB=1$.

9 (ст). Произведение всех натуральных делителей натурального числа N равно N^{100}. Сколько этих делителей у числа N?

10 (ст). На кружок пришло 60 учеников. Оказалось, что среди любых 10 учеников есть не меньше трёх одноклассников. Для какого наибольшего k можно гарантированно утверждать, что среди кружковцев найдётся по меньшей мере k учеников, которые учатся в одном классе?

11 (ст). Сколько существует различных треугольников с целочисленными сторонами, в которых одна из биссектрис делит противоположную сторону на отрезки длиной 2012 и 2011?

12 (ст). Решите уравнение $x^3+x^2+x+1/3=0$.

13 (ст). На доске $30\times n$ расставлено несколько ладей таким образом, что каждая ладья бьёт ровно одну ладью. При этом в каждой вертикали и в каждой горизонтали стоит хотя бы одна ладья. При каких n такое возможно?

14 (ст). Первая из двух окружностей проходит через центр второй и пересекает её в точках A и B. Касательная к первой окружности, проходящая через точку A, делит вторую окружность на две дуги в отношении $m : n$ ($m < n$). В каком отношении вторая окружность делит первую на две дуги?

15 (ст). На плоскости отмечено 100 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой. Некоторые пары точек соединены отрезками. Известно, что никакая тройка отрезков не образует треугольника. Какое наибольшее число отрезков могло быть проведено?

16 (ст). Сколько существует десятизначных чисел, у которых каждая последующая цифра не меньше предыдущей? *Ответ дать числом в десятичной записи.*