0–0. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A. Точка D на прямой, проходящей через точку B перпендикулярно BC, такова, что $AD = BC$. Чему может быть равен угол BAD?

1–1. Решите уравнение $[x^2]=2019$, где $[t]$ – наибольшее целое число, которое не превосходит t (целая часть числа t).

0–1. На диагонали AC квадрата $ABCD$ отмечена точка N, а на продолжении диагонали AC за точку A — точка M. Известно, что $AB = AM$ и $\angle MBN = 90°$. На стороне AD отмечена точка P так, что $\angle PNB = 90°$. Найдите $\angle NPD$.

1–2. Часовщик сделал шуточные часы, в которых стрелки идут с обычной скоростью, но часовая идёт по часовой стрелке, а минутная — против. Во сколько раз чаще стрелки встречаются в шуточных часах, чем в обычных?

0–2. Расставьте все целые числа от 1 до 10 в строку в таком порядке, чтобы сумма любых двух подряд стоящих чисел (кроме суммы двух последних) делилась на следующее за ними число.

1–3. На доске написано N натуральных чисел, одно из которых — 2019. Известно, что для любых двух чисел, записанных на доске, на ней записан также модуль их разности. При каком наибольшем N все числа, записанные на доске, гарантированно делятся на 2019?

0–3. Найдите наибольшее натуральное число со свойством: ни оно само, ни любое из чисел, полученное из него вычёркиванием любого набора цифр (не всех), не делится на 3.

1–4. Имеются четыре числа, сумма которых равна 4. Известно, что сумма любых трёх из них неотрицательна. Какое наименьшее значение может принимать наименьшее из этих чисел? *Приведите ответ и пример.*

0–4. BD — биссектриса треугольника ABC. $\angle BDA=45°$. К прямой BC в точке B провели перпендикуляр, который пересек продолжение отрезка AC за точку A в точке E. $\angle BEC=70°$. Найдите $\angle ABC$.

1–5. Шахматную доску по клеткам разрезают на пять прямоугольников так, чтобы один из них не содержал клеток на краю доски. Сколькими различными способами это можно сделать?

0–5. Какое наибольшее количество клеток можно отметить на доске 100×100 так, чтобы каждая отмеченная клетка граничила по стороне не более, чем с одной отмеченной клеткой?

1–6. За круглым столом сидят рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (причём есть и те, и другие, всего не менее трёх человек). Каждый сидящий за столом заявил, что оба его соседа лжецы. При этом оказалось, что теперь количество рыцарей можно определить однозначно. Сколько человек могло сидеть за столом?

0–6. При каких $n > 50$ можно расставить по окружности n попарно различных чисел таким образом, чтобы каждое число было либо больше всех 50 чисел, следующих за ним по часовой стрелке, либо меньше всех 50 чисел, следующих за ним по часовой стрелке?

2–2. Как известно, три прямые, проведённые через середины сторон треугольника параллельно биссектрисам противолежащих углов, пересекаются в одной точке. Центром какой окружности будет эта точка?

2–3. При каких натуральных $n \geq 3$ можно разложить $n(n-1)/2$ карточек, пронумерованных последовательно натуральными числами от 1 до $n(n-1)/2$, в n стопок таким образом, чтобы в любых двух стопках было по одной карточке с последовательными номерами, или с номерами $n(n-1)/2$ и 1?

2–4. Точка M внутри параллелограмма $ABCD$ с углом $\angle A = 75°$ такова, что треугольник BMC — равносторонний и $\angle CMD = 135°$. Найдите $\angle BKC$, где K – середина стороны AB.

2–5. Решите в натуральных числах уравнение $(a+b+c)^2/3 = a^2+b^2+c^2+2(a-b+1)$.

2–6. BH – высота остроугольного треугольника ABC. На стороне BC выбрана точка D, а на продолжении стороны AB за точку B — точка E, причём $AD = DC$ и $AE = EC$. Прямые AD и CE пересекают прямую BH в точках D_1 и E_1 соответственно. Какие значения может принимать отношение $D_1E_1 : DE$?

3–3. Имеется клетчатая доска $n \times n$, где $n \geq 2$. Двое играют в следующую игру: первый своим ходом ставит фишку в произвольную клетку доски по своему выбору, а потом передвигает её в одну из соседних по стороне клеток. Далее они по очереди, начиная со второго, передвигают фишку в одну из соседних по стороне клеток, при этом нельзя ставить фишку туда, где она уже была. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. При каких n при правильной игре выигрывает второй?

3–4. Неотрицательные числа x, y, z, t удовлетворяют условию $|x-y|+|y-z|+|z-t|+|t-x| = 4$. Найдите наименьшее возможное значение суммы $x^2+y^2+z^2+t^2$.

3–5. Различные числа a, b и c таковы, что уравнения $x^2 + ax + 1 = 0$ и $x^2 + bx + c = 0$ имеют общий действительный корень. Кроме того, общий действительный корень имеют уравнения $x^2 + x + a = 0$ и $x^2 + cx + b = 0$. Найдите сумму $a + b + c$.

3-6. Чему равна наименьшая сумма набора из наибольшего количества последовательных натуральных чисел, каждое из которых не делится ни на одну из своих цифр?

4–4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ биссектрисы углов A и C параллельны, а биссектрисы углов B и D пересекаются под углом 30°. Найдите острый угол между биссектрисами углов A и B.

4–5. На окружности отмечена 31 точка. Отмеченные точки покрашены в 6 цветов. Какое наименьшее количество выпуклых четырёхугольников с одноцветными вершинами, внутри которых не содержится центр окружности, могло оказаться?

4–6. Какое наименьшее количество клеток можно отметить на доске 12×12 таким образом, чтобы во всех квадратах 3×3 кроме, быть может, четырёх, была отмеченная клетка? *Приведите ответ и пример*.

5–5. Найдите наименьшее натуральное число n, про которое известно, что все его натуральные делители разбиваются на пары так, что сумма в каждой паре – простое число, а количество его различных натуральных делителей $\tau(n) \geq 10$.

5–6. Стороны клеток, составляющих прямоугольник $m \times n$, красят в три цвета так, чтобы каждая клетка имела две стороны одного цвета и две стороны другого цвета. Сколькими способами можно это сделать?

6–6. Приведите пример двух последовательных шестизначных чисел, каждое из которых делится на квадрат любого своего простого делителя. *Ответ обосновать.*