

1. (мл) Даны все целые числа от 1 до 101. Назовём число *крутым*, если оно является делителем суммы остальных чисел. Сколько всего крутых чисел?

3. (мл) Дан правильный девятиугольник. В каждую его вершину сладкоежка Маша помещает конфеты (от 1 до 9 штук), причем количество конфет во всех вершинах различно. Петя выбирает три вершины девятиугольника, которые образуют вершины равнобедренного треугольника, и забирает расположенные в них конфеты себе. Остальные конфеты он отдаёт Маше. Какое наибольшее количество конфет может гарантированно получить Маша?

5. (мл) Имеется клетчатая доска $k \times 100$ (k строк, 100 столбцов). Петя загадывает один из столбцов, но не говорит его номер Васе. Вася закрашивает некоторые из клеток, причём так, что в каждой строке не более 5 клеток закрашено. После чего Петя называет номера строк, которые загаданный им столбец пересекает по закрашенным клеткам. При каком наименьшем k Вася точно сможет угадать, какой столбец загадал Петя?

7. (мл) На острове живут 30 представителей двух племён — рыцарей и лжецов. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. У каждого из них ровно трое знакомых среди остальных. Каждый произнёс фразу: «Среди моих знакомых островитян не более одного моего соплеменника». Какое наибольшее количество рыцарей может быть среди них?

2. (мл) Ненулевые числа x , y и z удовлетворяют условиям $x+y+z = a$ и $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$. Найдите $x^2+y^2+z^2$ (зависимость от a).

4. (мл) На контрольной в классе из 20 человек процент пятёрок оказался равен 20%. Какое количество различных средних баллов могло при этом оказаться, если были выставлены все виды оценок (2, 3, 4 и 5)?

6. (мл) В стране Повторляндии есть купюры в 5555 повториков и 33 повториков. Купюру в 5555 повториков жители называют пятаком, в 33 – трояком. Богач Пятёрочкин располагает только пятаками. Он пришёл в магазин «Троечка», где на данный момент в кассе лежат только трояки. Пятёрочкин хочет купить гинку за 363 повториков, шугрики за 1727 повториков, вецкот за 8888 повториков и заниян за 424242 повториков. Какие из вещей он не сможет купить?

8. (мл) Андрей закрашивает на белой доске 8×8 поочерёдно клетки, но красить он может только такие клетки, рядом (по стороне) с которыми в момент закрашивания есть хотя бы две незакрашенные клетки. Какое наибольшее количество клеток Андрей сможет покрасить по таким правилам?

9. (мл) Известно, что числа a, b, c и d – целые и $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$. Укажите наименьшее натуральное число N , большее 2020, для которого может выполняться равенство $abcd = N$.

11. (мл) Назовём четырёхзначное число n *весёлым*, если каждую его цифру можно увеличить или уменьшить на 1 (при этом цифру 9 можно только уменьшать, а 0 – только увеличивать) так, чтобы в результате получилось число, делящееся на n . Найдите все весёлые числа.

13. (мл) У Маши и Даши были два одинаковых прямоугольника. Каждая разрежала свой прямоугольник на два прямоугольника, при этом у Маши получились прямоугольники с периметрами 20 см и 30 см, а у Даши – прямоугольники с периметрами 25 см и 39 см. Чему равна большая сторона первоначального прямоугольника (в см)?

15. (мл) В городе NV оплата за транспорт действует следующим образом. При первой посадке с карточки пассажира списывается сумма R эннов, после чего в течение часа можно сделать бесплатно ещё максимум 5 пересадок в другой транспорт. При этом вся сумма R делится поровну между владельцами транспорта за каждую поездку, проведённую в этот период, но за каждую поездку владелец должен получить целое число эннов, не меньшее 15. При каком наименьшем R такое возможно?

10. (мл) При каких N на шахматную доску можно поставить 4 ладьи и N слонов так, чтобы каждая ладья била ровно 3 слонов и каждый слон был побит ровно 2 ладьями? *Приведите ответ и пример.*

12. (мл) Сколько двузначных чисел обладают таким свойством, что если к произведению цифр прибавить его сумму цифр, то получится само это число?

14. (мл) В чемпионате по футболу участвовали десять команд. Каждая две команды сыграли между собой один матч. За победу в матче команде присуждалось 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. В сумме все команды набрали в чемпионате 119 очков. Какое наименьшее количество ничьих могло быть у команды с наибольшим числом ничьих?

16. (мл) Винтик измерил все стороны своей картонной коробочки в виде прямоугольного параллелепипеда и обнаружил, что: 1) все три стороны (a, b, c – длина, ширина и высота) имеют целую длину в см, 2) сумма объёма (в см^3) и всех трёх сторон (в см) равна 63, 3) суммарная площадь всей поверхности (в см^2) равна 124. Шпунтик утверждает, что у его коробочки такие же свойства, причём его коробочка (также прямоугольный параллелепипед) отличается от коробочки Винтика. Приведите пример таких двух коробочек.