0–0. На клетчатой плоскости нарисован квадрат 8×8 клеток. Какое наибольшее количество сторон клеток можно отметить внутри или на границе этого квадрата, чтобы никакой квадрат не содержал двух отмеченных сторон клеток? (Эти квадраты могут вылезать за пределы исходного). *Приведите ответ и пример*.

1–1. Построим последовательность чисел следующим образом. На первом месте поставим число 7, далее за каждым числом поставим сумму цифр его квадрата, увеличенную на единицу. Например, на втором месте будет стоять число 14, так как $7^2 = 49$, а 4+9+1=14. На третьем месте - число 17, так как $14^2 =196$, а 1+9+6+1=17 и так далее. Какое число стоит на 2021-м месте?

0–1. В Десятицифрии все номера МТС начинаются на 910 и состоят из 10 различных цифр. Какое наибольшее количество номеров МТС в Десятицифрии может делиться на 6?

1–2. Найдите наименьшее натуральное число, кратное 99 и записываемое только единицами и двойками.

0–2. Муравей, ползая по каркасу прямоугольного параллелепипеда размерами 8 см×10 см×12 см, побывал во всех вершинах этого параллелепипеда. Найдите наименьшую возможную длину пути муравья.

1–3. За какое наименьшее время часовая и минутная стрелки часов могут поменяться местами? (Т.е. минутная стрелка должна оказаться на исходном месте часовой, а часовая — на исходном месте минутной.)

0–3. Вася вычеркнул в 100-значном числе, кратном 8, каждую третью цифру (начиная с первой справа, т.е. 1-ю, 4-ю, 7-ю и т.д.) и получил число, равное натуральной степени пятёрки. Укажите три последние цифры изначального числа.

1–4. На медиане BM треугольника ABC отмечены такие точки K и L, что $BK = KL = LM$. Оказалось, что $AM = AL$ и $CK = 3$. Найдите длину какой-нибудь стороны треугольника ABC.

0–4. Четвёрку гирь назовём *сбалансированной*, если самая тяжёлая из этих четырёх гирь весит столько же, сколько три остальных в сумме. Какое наибольшее количество сбалансированных четвёрок гирь может быть среди 5 гирь различного веса? *Приведите ответ и пример с обоснованием.*

1–5. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что для любых 15 натуральных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{15}$ число $a_1 a_2 \ldots a_{15}(a_1^n + a_2^n + \ldots + a_{15}^n)$ делится на 15.

0–5. Найдите наибольшее возможное значение разности пятизначных чисел $\overline{ОСЕНЬ} - \overline{ВЕСНА}$, если $О \cdot С \cdot Е \cdot Н \cdot Ь \neq В \cdot Е \cdot С \cdot Н \cdot А$. (*одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры*)

1–6. Какое наибольшее количество фишек можно разместить на поле 100×100, чтобы среди них не нашлось двух таких фишек, когда одна стоит строго правее и строго выше другой?

0–6. В шестизначном числе зачеркнули одну цифру и получили пятизначное. Из исходного числа вычли это пятизначное число и получили 654321. Найдите исходное число.

2–2. Дан квадрат $ABCD$. На продолжении диагонали AC за точку C отмечена такая точка K, что $BK = AC$. Найдите угол BKC.

млад **1–1** млад **0–0**

млад **1–2** млад **0–1**

млад **1–3** млад **0–2**

млад **1–4** млад **0–3**

млад **1–5** млад **0–4**

млад **1–6** млад **0–5**

млад **2–2** млад **0–6**

2–3. Приведите пример натурального числа n такого, что для некоторых натуральных a и b выполняется равенство $n=\frac{a^2-1}{2}=\frac{b^2-1}{3}$. *Пример обосновать.*

2–4. Вася купил два одинаковых набора из 10 палочек, длины которых равны разным степеням двойки (1, 2, 4, 8, …, 2^9). Сколько разных треугольников он может составить, выбирая три палочки из них?

2–5. На столе стоит столбик из 20 монет. Все соседние монеты лежат герб к гербу, решка к решке. Разрешено брать сверху столбик из нескольких монет (возможно, все монеты), целиком его переворачивать и ставить обратно на оставшиеся монетки. За какое наименьшее число таких переворачиваний можно добиться, чтобы все монеты легли решкой в одну сторону?

2–6. Приведите пример шести различных несократимых дробей таких, что знаменатель каждой из них больше 50, но меньше 100, а знаменатель любой суммы нескольких этих дробей после сокращения становится меньше 50. *Пример обосновать.*

3–3. На клетчатой бумаге постройте три ромба с вершинами в узлах сетки, периметры которых равны, а площади выражаются тремя последовательными натуральными числами**.**

3–4. Девять школьников образовали несколько групп в социальной сети. В каждую группу входят ровно трое школьников, и для любых двух групп не более чем один из школьников входит в обе группы. Каково наибольшее возможное количество групп?

3–5. Число называется *палиндромом*, если оно одинаково читается как слева, так и справа (например, число 2002 — палиндром, а 2020 — нет). Сколько существует пятизначных палиндромов x таких, что и число $3x$ также палиндром?

3-6. Сколько существует 18-значных чисел, в которых каждая ненулевая цифра встречается по 2 раза, и дающих максимально возможную сумму всех пятнадцати четырёхзначных чисел, составленных из четвёрок цифр, стоящих подряд? *Ответ дать числом в десятичной записи.*

4–4. Вася выписывает на доску в порядке возрастания все числа, являющиеся степенями тройки, а также суммами различных степеней тройки: 1; 3; 4; 9; 10; 12; 13; 27; 28; 30; 31, … . Какое число у Васи на 2050 месте?

4–5. В шахматном турнире принимали участие 7-классники и 8-классники, причём 7-классников было в 3 раза больше, чем 8-классников. Каждый участник турнира встречался с каждым ровно один раз. При подведении итогов турнира оказалось, что 7-классники набрали вместе на 20% очков больше, чем 8-классники. Сколько школьников могло участвовать в турнире? *За победу в шахматах даётся 1 очко, за ничью — 1/2 очка, а за поражение — 0 очков.*

4–6. В треугольнике ABC $\angle C=2\angle B$. Внутри треугольника нашлась точка D такая, что $AD=AC$ и $DB=DC$. Какие значения может принимать $\angle ABD$?

5–5. Найдите последнюю цифру перед запятой в десятичной записи числа $\frac{10^{190}}{10^{10}+3}$.

5–6. Набор точек внутри выпуклого 2021-угольника назовём *хорошим*, если любые три вершины нашего 2021-угольника образуют треугольник, внутри которого есть точка этого набора. Какое наименьшее количество точек может содержать хороший набор?

6–6. Сколько существует натуральных $k\le 1000$, обладающих следующим свойством: если в квадрате 1000×1000 закрасить нечётное число клеток, то найдется прямоугольник со сторонами 1 и k, в котором закрашено нечётное число клеток?

млад 3-6 **млад 2–3**

млад 4–4 **млад 2–4**

млад 4–5 **млад 2–5**

млад 4–6 **млад 2–6**

млад 5–5 **млад 3–3**

млад 5–6 **млад 3–4**

млад 6–6 **млад 3–5**