0–0. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. Какие значения может принимать угол между прямыми BC и AD, если $S_{AOB}=S_{COD}$?

0–1. За какое наименьшее время часовая и минутная стрелки часов могут поменяться местами? (Т.е. минутная стрелка должна оказаться на исходном месте часовой, а часовая — на исходном месте минутной.)

0–2. Вася купил два одинаковых набора из 10 палочек, длины которых равны разным степеням двойки (1, 2, 4, 8, …, 2^9). Сколько разных треугольников он может составить, выбирая три палочки из них?

0–3. Какое наибольшее количество фишек можно разместить на поле 100×100, чтобы среди них не нашлось двух таких фишек, когда одна стоит строго правее и строго выше другой?

0–4. Четвёрку гирь назовём *сбалансированной*, если самая тяжёлая из этих четырёх гирь весит столько же, сколько три остальных в сумме. Какое наибольшее количество сбалансированных четвёрок гирь может быть среди 5 гирь различного веса? *Приведите ответ и пример с обоснованием.*

0–5. Найдите наибольшее возможное значение разности пятизначных чисел $\overline{ОСЕНЬ}-\overline{ВЕСНА}$, если $О\cdot С\cdot Е\cdot Н\cdot Ь\neq В\cdot Е\cdot С\cdot Н\cdot А$. (*одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры*)

0–6. На столе стоит столбик из 20 монет. Все соседние монеты лежат герб к гербу, решка к решке. Разрешено брать сверху столбик из нескольких монет (возможно, все монеты), целиком его переворачивать и ставить обратно на оставшиеся монетки. За какое наименьшее число таких переворачиваний можно добиться, чтобы все монеты легли решкой в одну сторону?

1–1. Найдите расстояние от начала координат до окружности $(x+1)^2+(y+3)^2=25$.

1–2. Найдите наименьшее натуральное число, кратное 99 и записываемое только единицами и двойками.

1–3. Число называется *палиндромом*, если оно одинаково читается как слева, так и справа (например, число 2002 — палиндром, а 2020 — нет). Сколько существует пятизначных палиндромов x таких, что и число $3x$ также палиндром?

1–4. Найдите все такие действительные числа a, что для любых действительных чисел x и y верно неравенство $x^4+y^4+axy+2 \geq 0$.

1–5. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что для любых 15 натуральных чисел a_1, a_2, ..., a_{15} число $a_1a_2...a_{15}(a_1^n+a_2^n+...+a_{15}^n)$ делится на 15.

1–6. В треугольнике ABC $\angle C = 2\angle B$. Внутри треугольника нашлась точка D такая, что $AD = AC$ и $DB = DC$. Какие значения может принимать $\angle ABD$?

2–2. На основании AD равнобедренной трапеции $ABCD$ отмечена точка N такая, что четырёхугольник $NBCD$ является параллелограммом. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке E. Оказалось, что точки A, B, E, N лежат на одной окружности. Какое наибольшее значение может принимать отношение AB/BC?

стар **1–1** стар **0–0**

стар **1–2** стар **0–1**

стар **1–3** стар **0–2**

стар **1–4** стар **0–3**

стар **1–5** стар **0–4**

стар **1–6** стар **0–5**

стар **2–2** стар **0–6**

2–3. Приведите пример натурального числа n такого, что для некоторых натуральных a и b выполняется равенство $n=\frac{a^2-1}{2}=\frac{b^2-1}{3}$. *Пример обосновать.*

2–4. Найдите последнюю цифру перед запятой в десятичной записи числа $\frac{10^{190}}{10^{10}+3}$.

2–5. В шахматном турнире принимали участие 7-классники и 8-классники, причём 7-классников было в 3 раза больше, чем 8-классников. Каждый участник турнира встречался с каждым ровно один раз. При подведении итогов турнира оказалось, что 7-классники набрали вместе на 20% очков больше, чем 8-классники. Сколько школьников могло участвовать в турнире? *За победу в шахматах даётся 1 очко, за ничью — 1/2 очка, а за поражение — 0 очков.*

2–6. Приведите пример шести различных несократимых дробей таких, что знаменатель каждой из них больше 50, но меньше 100, а знаменатель любой суммы нескольких этих дробей после сокращения становится меньше 50. *Пример обосновать.*

3–3. На клетчатой бумаге постройте три ромба с вершинами в узлах сетки, периметры которых равны, а площади выражаются тремя последовательными натуральными числами.

3–4. Девять школьников образовали несколько групп в социальной сети. В каждую группу входят ровно трое школьников, и для любых двух групп не более чем один из школьников входит в обе группы. Каково наибольшее возможное количество групп?

3–5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle BAC=48°$, $\angle DAC=66°$ и $\angle CBD=\angle DBA$. Найдите $\angle BDC$.

3-6. Сколько существует 18-значных чисел, в которых каждая ненулевая цифра встречается по 2 раза, и дающих максимально возможную сумму всех пятнадцати четырёхзначных чисел, составленных из четвёрок цифр, стоящих подряд? *Ответ дать числом в десятичной записи.*

4–4. Сколько существует натуральных $k\le 1000$, обладающих следующим свойством: если в квадрате 1000×1000 закрасить нечётное число клеток, то найдется прямоугольник со сторонами 1 и k, в котором закрашено нечётное число клеток?

4–5. Набор точек внутри выпуклого 2021-угольника назовём *хорошим*, если любые три вершины нашего 2021-угольника образуют треугольник, внутри которого есть точка этого набора. Какое наименьшее количество точек может содержать хороший набор?

4–6. В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O под прямым углом. При этом $DO\cdot OB = AO\cdot OC$. Лучи DA и CB пересекаются в точке M. Оказалось, что $DB = BM$. Какие значения может принимать угол AMB?

5–5. Треугольник ABC с острым углом $\angle A=\alpha$ вписан в окружность. Её диаметр, проходящий через основание высоты треугольника, проведённой из вершины B, делит треугольник ABC на две части одинаковой площади. Найдите угол B.

5–6. 15 волейбольных команд разыграли турнир в один круг, причём каждая команда одержала ровно 7 побед. Сколько в этом турнире таких троек команд, которые во встречах между собой имеют по одной победе?

6–6. Пусть $x_1 = 1$ и $x_{n+1} = x_n + \left[\frac{x_n}{n}\right] + 2$ для натуральных $n\ge 1$. Найдите x_{2021}.

стар **3-6**

стар **4–4**

стар **4–5**

стар **4–6**

стар **5–5**

стар **5–6**

стар **6–6**

стар **2–3**

стар **2–4**

стар **2–5**

стар **2–6**

стар **3–3**

стар **3–4**

стар **3–5**