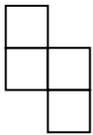


XVII Всероссийская смена «Юный математик». ВДЦ «Орлёнок».

XIV Турнир математических игр.

Математическая игра «Дуэль».

Младшая лига (7-8 классы). 10 сентября 2021 года.

1. В лагерь приехали 50 девочек и 51 мальчик, один из которых — Вася. Оказалось, что все девочки знакомы с одним и тем же количеством мальчиков, а все мальчики (но не Вася), знакомы с одним и тем же количеством девочек. Сколько у Васи могло быть знакомых девочек?
2. «Хромой» шахматный конь чередует обычные ходы и «короткие», при которых он перемещается на соседнюю по диагонали клетку. Он начинает движение по доске 5×6 с обычного хода (и сам выбирает начальную клетку). Какое наибольшее число ходов он может сделать, не посещая ни одну клетку, в том числе, и начальную, больше одного раза? *Приведите ответ и пример.*
3. В параллелограмме отрезки, соединяющие вершину одного из его углов с серединами несмежных с ним сторон, делят этот угол на три равные части. Какие значения может принимать этот угол?
4. Найдите какое-нибудь 50-значное число без нулей в десятичной записи, которое делится на сумму квадратов своих цифр. Ответ обосновать.
5. Приведите пример пяти пар двузначных чисел m и n , для которых число $(m+n-1)(m+n)$ делится на mn . *Ответ обоснуйте.*
6. Вершины тысячеугольника занумерованы всеми натуральными числами от 1 до 1000. Начиная с первой, отмечается каждая пятнадцатая вершина (1, 16, 31 и т.д.). Вершины отмечаются до тех пор, пока не начнут повторяться. Сколько вершин останутся неотмеченными?
7. Внутри равнобедренного треугольника ABC с углом A , равным 110° , отмечена точка M . Оказалось, что $\angle BCM = 30^\circ$ и $\angle CBM = 25^\circ$. Найдите угол AMB .
8. В таблице 3 строки и 12 столбцов. В ней расставлены числа. Известно, что сумма чисел в таблице равна 10, а сумма чисел в каждой фигурке вида, показанного на рисунке, равна 1 (фигурку можно поворачивать и переворачивать). Чему равна сумма чисел во второй строке таблицы?
9. На стороне BC равнобедренного треугольника ABC с целочисленными (в градусах) углами отмечена точка K , а на отрезке AK отмечена точка M так, что $AM=MB$, $MK=KB$, $AK=AC$. Найдите угол A треугольника ABC .
10. На столе стоят 50 одинаковых с виду гирь, по одной гире весом 51 г, 52 г, 53 г, ..., 100 г. Также есть неточные двухчашечные весы, на

каждую чашку которых можно класть по одной гире. Весы покажут, какая гиря тяжелее, но только если разность весов этих гирь превышает k граммов, иначе весы покажут равенство. При каком наибольшем натуральном k с помощью таких весов можно с гарантией узнать, сколько весит каждая из гирь на столе?

- 11.** Вася задумал натуральное число, не большее 2^{20} , все простые делители которого не превосходят тройки. Петя пытается узнать это число. Для этого он одновременно называет k натуральных чисел, а Вася называет в ответ те из них, которые делятся на задуманное им число. При каком наименьшем k Петя сможет подобрать такие k чисел, что по полученному ответу заведомо определит задуманное Васей число?
- 12.** В музее современного искусства размещено 200 шедевров абстрактной живописи. Изучив эти шедевры, искусствовед установил, что для рисования всех этих картин вместе использовано k цветов и наборы цветов у любых двух картин различны. Оказалось, что нет цвета, присутствующего на всех картинах, но для любых двух картин найдется общий цвет. При каком наименьшем k такое возможно?
- 13.** В произведении пятизначных чисел $\overline{НОВЫЙ} \times \overline{ОБМАН}$ разные буквы обозначают разные цифры, одинаковые буквы – одинаковые цифры. На какую наибольшую степень двойки может делиться данное числовое выражение? *Приведите ответ и пример с разложением на простые множители.*
- 14.** Какое наибольшее количество вершин может быть у выпуклого многоугольника, если известно, что у каждой вершины обе координаты — целые числа от 0 до 4? *Приведите ответ и пример.*
- 15.** Про натуральное число n известно, что сумма какого-то натурального делителя числа $3n+1$ и какого-то натурального делителя числа $n+1$ равна $2n$. Чему может быть равно n ?
- 16.** Расставьте в клетках таблицы 4×4 по одному все целые числа от 1 до 16 так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце сумма чисел была простым числом. *В примере также указать сумму в каждом ряду.*