1. (мл) Натуральное $n > 2$ назовём *k-делимым*, если из чисел 1, 2, …, n можно выбрать два, произведение которых ровно в k раз больше суммы n–2 остальных. Найдите все натуральные k, для которых существуют k-делимые числа.

2. (мл) В шахматном турнире участвуют 100 спортсменов из трёх стран. Оказалось, что среди любых N участников есть по крайней мере двое одного возраста. При каком наибольшем N можно утверждать, что или из какой-то страны приехали трое участников одного возраста, или из трёх разных стран приехало по одному участнику одного возраста?

3. (мл) В прямоугольнике $ABCD$ точка E – середина стороны AB, а F – такая точка на отрезке CE, что $\angle CFD=90°$. Найдите $\angle FAE$, если известно, что $\angle BEC=66°$.

4. (мл) Вася записал подряд два простых числа a и b, состоящих из одинакового количества цифр. Из получившегося числа он вычел произведение ab и получил 154. Найдите числа a и b.

5. (мл) Найдите наименьшее десятизначное число из различных цифр, в котором в любой паре соседних цифр одна цифра делится на другую.

6. (мл) На перемене учительница оставила на столе классный журнал и дети стали выставлять туда оценки. Каждая девочка поставила 18 пятерок, а каждый мальчик – 11 двоек. В результате у каждой девочки появилось 7 оценок, а у каждого мальчика – 21 оценка. Сколько в классе мальчиков, если в классе меньше 30 школьников?

7. (мл) Сколькими способами «хромой» король (ходит только на соседнюю по стороне клетку), стартовав в левом нижнем углу доски 3×100, может обойти все клетки этой доски ровно по одному разу и вернуться на исходную клетку?

8. (мл) Найдите наименьшее натуральное число, с которого начинается ряд, наибольший по количеству идущих подряд натуральных чисел, у каждого из которых суммы цифр не делятся на 8.

9. (мл) Дано натуральное число $n > 1000$, имеющее больше 5 делителей. Пусть $d_1 > d_2 > d_3 > d_4 > d_5$ — пять его наибольших и отличных от n делителей. Приведите пример с обоснованием, когда выполняется равенство $d_1+d_2+d_3-d_4+d_5 = n$.

10. (мл) Дима разрезал квадрат на три прямоугольника периметра 6 каждый. Вова тоже разрезал этот квадрат на три прямоугольника одинакового периметра. Какого? Перечислите все возможности. *Ответ дать числами в десятичной записи.*

11. (мл) Кузнечик Кузя прыгает по числовой прямой. Он начинает в точке 0 прыжком длины 1. Каждый следующий прыжок должен быть либо на 1 больше предыдущего, либо на 1 меньше предыдущего (направление прыжка вдоль прямой может быть любым). Кузя хочет попасть в точку 2021, причём так, чтобы его последний прыжок имел длину 1. За какое наименьшее число прыжков он может этого добиться?

12. (мл) На трибунах хоккейной арены несколько рядов по 168 мест в каждом ряду. На финальный матч в качестве зрителей пригласили 2021 ученика нескольких спортивных школ, не более чем по 40 от школы. Учеников каждой школы требуется разместить на один ряд. Какое наименьшее количество рядов должно быть на арене, чтобы в любом случае это удалось сделать?

13. (мл) Найдите наименьшее натуральное число, которое для любой цифры (от 0 до 9) имеет делитель, оканчивающийся этой цифрой.

14. (мл) Какое количество закрашенных клеток может быть в таблице $n \times n$, в которой во всех столбцах равное количество закрашенных клеток, а во всех строках – различное?

15. (мл) В прямоугольнике $ABCD$ точка E – середина стороны AB, а F – такая точка на отрезке CE, что $\angle CFD = 90°$. Найдите $\angle FAE$, если известно, что $\angle BEC = 77°$.

16. (мл) При каком наименьшем количестве слагаемых-«задач» ребус

$$\overline{ЗАДАЧА} + \overline{ЗАДАЧА} + \ldots + \overline{ЗАДАЧА} = \overline{ТУРНИР}$$

имеет решение? *Одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры. Приведите ответ и пример.*