1. (стар) При каком наибольшем n неравенство $81x^4+y^4+nxy+2 \geq 0$ выполняется для любых действительных чисел x и y?

2. (стар) Найдите все натуральные a и b такие, что $\sqrt[3]{a+\sqrt{b}}+\sqrt[3]{a-\sqrt{b}}=1$.

3. (стар) Натуральные числа x, y и z таковы, что числа $\frac{y+1}{x-1}$, $\frac{z+1}{y-1}$ и $\frac{x+1}{z-1}$ — целые. Найдите наибольшее возможное значение произведения xyz. *Приведите ответ и пример.*

4. (стар) Назовём натуральное число *хорошим*, если оно представимо в виде суммы трёх натуральных чисел $a < b < c$ таких, что c делится на b и b делится на a. Найдите наибольшее нехорошее число.

5. (стар) В трапеции средняя линия равна 7, высота равна $\frac{15\sqrt{3}}{7}$, а угол между диагоналями против основания равен 120°. Найдите диагонали трапеции.

6. (стар) Сколькими способами «хромой» король (ходит только на соседнюю по стороне клетку), стартовав в левом нижнем углу доски 3×100, может обойти все клетки этой доски ровно по одному разу и вернуться на исходную клетку?

7. (стар) Все вершины пирамиды лежат на гранях куба, но не на его рёбрах, причём на каждой грани лежит хотя бы одна вершина. Какое наибольшее количество вершин может иметь пирамида?

8. (стар) 8 друзей пошли кататься на горку, каждый – со своей ледянкой. Сколько существует способов сесть им на ледянки так, чтобы каждый из друзей сидел на чужой ледянке?

9. (стар) Дано натуральное число $n > 1000$, имеющее больше 5 делителей. Пусть $d_1 > d_2 > d_3 > d_4 > d_5$ — пять его наибольших и отличных от n делителей. Приведите пример с обоснованием, когда выполняется равенство $d_1+d_2+d_3-d_4+d_5 = n$.

10. (стар) Дима разрезал квадрат на три прямоугольника периметра 6 каждый. Вова тоже разрезал этот квадрат на три прямоугольника одинакового периметра. Какого? Перечислите все возможности. *Ответ дать числами в десятичной записи.*

11. (стар) Изначально в каждой клетке квадрата 100×100 стоит по фишке. Ход состоит в том, что каждая фишка переставляется на одну из соседних по диагонали клеток. (На клетке может оказаться более одной фишки.) На какое наименьшее количество клеток можно в результате нескольких ходов переставить все фишки?

12. (стар) На трибунах хоккейной арены несколько рядов по 168 мест в каждом ряду. На финальный матч в качестве зрителей пригласили 2021 ученика нескольких спортивных школ, не более чем по 40 от школы. Учеников каждой школы требуется разместить на один ряд. Какое наименьшее количество рядов должно быть на арене, чтобы в любом случае это удалось сделать?

13. (стар) Найдите наименьшее натуральное число, которое для любой цифры (от 0 до 9) имеет делитель, оканчивающийся этой цифрой.

14. (стар) Какой может быть радиус у окружности, пересекающей линии клетчатой сетки только в узлах?

15. (стар) В прямоугольнике $ABCD$ точка E – середина стороны AB, а F – такая точка на отрезке CE, что $\angle CFD$=90°. Найдите $\angle FAE$, если известно, что $\angle BEC$=77°.

16. (стар) Найдите наименьшее натуральное число, с которого начинается ряд, наибольший по количеству идущих подряд натуральных чисел, у каждого из которых суммы цифр не делятся на 8.