



XVII Всероссийская смена «Юный математик»

Личная олимпиада. 12.09.2021.

10-11 класс

1. Докажите, что НОК (наименьшее общее кратное) четырёх натуральных чисел a, b, c и d не может равняться $ab+cd$.

2. При каких значениях параметра p система неравенств
$$\begin{cases} x \geq (y-p)^2, \\ y \geq (x-p)^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение?

3. $ABCDEFGH$ – правильный восьмиугольник. M, N, K – середины отрезков AC, DE и AF соответственно. Докажите, что отрезки MN и SK равны и перпендикулярны.

4. Про действительные числа a, b и c известно, что $a^2+b=b^2+c=c^2+a$. Верно ли, что все эти три числа равны между собой?

5. На доске из 2020 строк и 2021 столбца поставили в некоторые клетки по одной белой фишке так, что в каждом столбце стоит хотя бы одна фишка. Верно ли, что все фишки нескольких столбцов можно покрасить в чёрный цвет так, чтобы в каждой строке было чётное количество чёрных фишек?