



XVII Всероссийская смена «Юный математик»

Личная олимпиада. 12.09.2021.

8 класс

1. 10 команд играют турнир. В некоторый момент оказалось, что любые две команды сыграли между собой не более, чем по одному разу, только "Спартак" и "Динамо" сыграли дважды. Могло ли так случиться, что в этот момент все команды сыграли различное число игр?

2. Для положительных a и b выполняется равенство $a + b = a^2 + b^2 = a^3 + b^3$. Докажите, что $a = b = 1$.

3. Четвероклассник Вася, любящий решать задачи по теории чисел с помощью компьютерных алгоритмов, попытался решить ребус $\overline{ДВА} + \overline{ТРИ} = \overline{ПЯТЬ}$ (разные буквы – разные цифры, одинаковые буквы – одинаковые цифры). Компьютер выдал 214 решений. Докажите, что программа работает неправильно.

4. В прямоугольном треугольнике ABC проведены трисектрисы острых углов, причём AN и BK – дальние от гипотенузы AB трисектрисы, а две ближние к гипотенузе трисектрисы пересекаются в точке P (трисектрисы делят угол на три равные части, точки N и K лежат на сторонах треугольника). Докажите, что треугольник PNK – равносторонний.

5. Боря и Вова играют в следующую игру на изначально белой доске 8×8 . Боря ходит первым и каждым своим ходом закрашивает в чёрный цвет любые четыре белые клетки. После каждого его хода Вова закрашивает полностью в белый цвет какой-нибудь ряд (строку или столбец). Боря стремится закрасить как можно больше клеток, а Вова стремится ему помешать. Какое наибольшее количество чёрных клеток может оказаться на доске после хода Бори?