



XVIII ВСЕРОССИЙСКАЯ СМЕНА

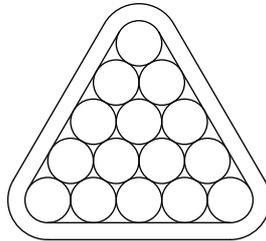
«Юный математик»

Задания конкурсного отбора

30 апреля 2022

8 класс

1. Даны положительные числа a, b, c , такие, что $ab - c = 3$, $abc = 18$. Чему равно выражение $\frac{ab}{c}$?
2. Поезд движется с постоянной скоростью. Если бы его скорость увеличилась на 10 километров в час, поезд прибыл бы в пункт назначения на 45 минут раньше. Если бы его скорость уменьшилась на 10 километров в час, поезд прибыл бы на 1 час позже. Найдите количество километров, которое проехал поезд.
3. Пароль от сейфа состоит из 12 цифр и содержит каждую из цифр от 0 до 9 хотя бы раз. Сколько существует различных паролей, цифры которых расположены в невозрастающем порядке?
4. Пусть $a@b = \frac{a^2 - b^2}{a + b}$. Найдите $1@(2@(3@...((2021@2022)))...)$.
5. Для игры в бильярд используется 15 шаров, которые помещаются в треугольную стойку, как показано на рисунке:



Семь шаров покрасили в белый, а восемь шаров – в черный цвет. Докажите, что как бы располагались в стойке 15 шаров, всегда найдется пара белых шаров, касающихся друг к друга.

6. Найдите все действительные числа x , для которых

$$\left[\frac{x}{2} \right] + \left[\frac{x}{3} \right] = x - 2022.$$

Здесь $[x]$ – целая часть числа x , так называется наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[3,5] = 3$, $[-3,5] = -4$.

7. На продолжении стороны BC треугольника ABC за точку C отметили точку D , так что $CD = BC$. А на продолжении стороны AC за точку A отметили точку E , так что $AE = 2CA$. Докажите, что если $AD = BE$, то треугольник ABC прямоугольный.
8. Доска 8×8 , заполняется по следующему алгоритму: выбирается произвольная пустая клетка и в неё записывается число, равное количеству соседних с ней клеток, которые ещё пусты. Две клетки являются соседними, если они имеют общую сторону или вершину. Докажите, что сумма 64 записанных чисел постоянна, независимо от порядка написания, и найдите эту сумму.