XVIII Всероссийская смена «Юный математик». ВДЦ «Орлёнок».
XV Турнир математических игр. Математическая игра «Пенальти».

<u>Средняя лига (9 класс)</u>*.** **<u>Вариант 1.</u>** ***11 сентября 2022 года.

1. Натуральное число назовём *шестичным*, если оно делится на 6, но в своей десятичной записи не содержит 6. Сколько существует пятизначных шестичных чисел?

2. На диагонали шахматной доски, идущей из левого нижнего угла ($a1$) в правый верхний ($h8$), стоят 8 фишек. За один ход можно выбрать 2 фишки и одну сдвинуть на одну клетку вправо, а другую — на одну клетку вверх (если соответствующие клетки свободны). Через несколько ходов 7 фишек оказались в клетках $h5$, $h6$, $h7$, $h8$, $g6$, $g7$, $g8$. Где к этому моменту могла оказаться 8-я фишка?

3. На стороне AB=13 треугольника ABC выбирают произвольно точку M и из неё опускают перпендикуляры MK и MP на стороны BC=5 и CA=12 соответственно. Рассмотрим положение точки M, когда длина отрезка PK будет наименьшей из возможных (равна m). Найдите наименьшее натуральное число n такое, что mn будет целым числом.

4. Сколько существует чётных четырёхзначных чисел с суммой цифр 10?

5. В треугольнике ABC провели биссектрису BE. Оказалось, что $BC+CE=AB$. Чему может быть равен наибольший угол этого треугольника, если один из углов равен 42°?

6. Натуральное число назовём *незначительным*, если все его простые делители меньше 33. Натуральный делитель d натурального числа n назовём *значительным*, если $\sqrt{n} < d < n$. У скольких незначительных натуральных чисел ровно один значительный делитель?

7. Квадрат 1001×1001 без угловой клетки разбивают на клетчатые прямоугольники так, чтобы произведение их площадей было максимальным. Чему равно это произведение?

8. Правильные многоугольники с 7, 8, 9, 10 и 11 вершинами вписаны в одну окружность. Никакие два из них не имеют общую вершину, никакие три их стороны не пересекаются в одной точке. В каком наибольшем количестве точек могут пересекаться стороны этих многоугольников?

9. Натуральное число назовём *шестичным*, если оно делится на 6, но в своей десятичной записи не содержит 6. Сколько существует шестизначных шестичных чисел?

10. На диагонали шахматной доски, идущей из левого нижнего угла ($a1$) в правый верхний ($h8$), стоят 8 фишек. За один ход можно выбрать 2 фишки и одну сдвинуть на одну клетку вправо, а другую — на одну клетку вверх (если соответствующие клетки свободны). Через несколько ходов 7 фишек оказались в клетках $e8$, $f8$, $g8$, $h8$, $f7$, $g7$, $h7$. Где к этому моменту могла оказаться 8-я фишка?

11. На стороне $AB=10$ треугольника ABC выбирают произвольно точку M и из неё опускают перпендикуляры MK и MP на стороны $BC=6$ и $CA=8$ соответственно. Рассмотрим положение точки M, когда длина отрезка PK будет наименьшей из возможных (равна m). Найдите наименьшее натуральное число n такое, что mn будет целым числом.

12. Сколько существует нечётных четырёхзначных чисел с суммой цифр 11?

13. В треугольнике ABC провели биссектрису BE. Оказалось, что $BC+CE=AB$. Чему может быть равен наибольший угол этого треугольника, если один из углов равен 54°?

14. Натуральное число назовём *незначительным*, если все его простые делители меньше 100. Натуральный делитель d натурального числа n назовём *значительным*, если $\sqrt{n} < d < n$. У скольких незначительных натуральных чисел ровно один значительный делитель?

15. Квадрат 101×101 без угловой клетки разбивают на клетчатые прямоугольники так, чтобы произведение их площадей было максимальным. Чему равно это произведение?

16. Правильные многоугольники с 7, 8, 9, 10, 11 и 12 вершинами вписаны в одну окружность. Никакие два из них не имеют общую вершину, никакие три их стороны не пересекаются в одной точке. В каком наибольшем количестве точек могут пересекаться стороны этих многоугольников?