

1. На острове рыцарей и лжецов (рыцари всегда говорят правду, а лжецы – лгут) в математической игре участвовали 18 команд по 4 человека в каждой команде. Капитан каждой команды заявил, что по крайней мере в трёх командах есть рыцари. Какое количество рыцарей могло участвовать в этой игре?

2. В треугольнике ABC , углы которого относятся как $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:4$, провели все биссектрисы AA_1 , BB_1 , CC_1 , которые пересекаются в точке I . Сколько равнобедренных треугольников можно выделить на получившемся чертеже? Укажите все эти треугольники.

3. Какие значения может принимать НОД (наибольший общий делитель) десяти попарно различных натуральных чисел, сумма которых равна 1000?

4. Пусть a, b, c – три попарно различные ненулевые цифры. Из них составили шесть различных чисел, в каждом из которых каждая из этих цифр встречается только один раз. «Крайними» из этих шести чисел назовём наибольшее и наименьшее из них. Известно, что число \overline{abc} – не крайнее. Какие ещё числа гарантированно являются не «крайними»?

5. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $xyz + 2x + 3y + 6z = xy + 2xz + 3yz$?

6. Из какого числа равносторонних треугольников со стороной 1 может состоять шестиугольник, все углы которого равны 120° , а все стороны различны и равны шести числам 1, 2, 3, 4, 5, 6, стоящим в произвольном порядке?

7. Известно, что $x > y > 0$ и $2(x+y) \geq 5\sqrt{xy}$. Найдите наименьшее значение выражения $(x-4y)$.

8. Сколько существует раскрасок доски 8×8 (жёстко закреплённой) таких, что при перестановке строк местами и столбцов местами можно получить доску с шахматной раскраской? Ответ дать числом в десятичной записи.